

PENGARUH PEMILIHAN ARAH ACUAN 0^0 DAN ARAH ROTASI PADA ANALISIS KORELASI DAN REGRESI LINIER-SIRKULAR (STUDI KASUS: PETA KAWASAN RAWAN BENCANA LETUSAN GUNUNG API MERAPI)

(The Impact of Chosing Reference 0^0 and Rotation Direction on Linear-Circular Correlation and Regression, Case Study : Map of Merapi Eruption Disater Zone 2010)

Abdul Aziz Nurussadad¹, Made Sumertajaya², Ahmad Ansori Mattjik²

¹Mahasiswa Departemen Statistika, FMIPA IPB

²Departemen Statistika, FMIPA-IPB

E-mail : ² imsjaya@yahoo.com

Abstract

The measurement results doesn't only consist of data with linear attributes, but also data with circular attributes. The circular data has a uniqueness that is not owned by the linear data, circular data is independent of the choice of 0^0 reference and rotation direction. The uniqueness of circular data analysis is tested in linear circular correlation and linear circular regression. The results of correlation analysis proved that the selection of the reference direction 0^0 can be done subjectively because the linear circular correlation results show the same value 0.899 for all possible selection of 0^0 reference and rotation direction. For linear circular regression, the model constructed has a same coefficient of determination that is 0.808 and the same b_0 , which is 5.231 for all possible selection of 0^0 reference and rotation direction. Similarly, statistics from the error of linear circular regression analysis have the same value, minimum = -2.693, quartile 1 = -0.835, median = -0.171, quartile 3 = 0.548, maximum = 8.421. Alleged circular linear regression parameters, namely b_1 and b_2 , forming a cycle that each has in common $b_1 = -1.226 \text{ E-}07 - 2.728 \cos(\alpha) - 2.655 \sin(\alpha)$ and $b_2 = 3.061 \text{ E-}07 - 2.655 \cos(\alpha) + 2.728 \sin(\alpha)$ where α is the position of the 0^0 reference direction in degrees on each model.

Keywords : Directional Statistics, Circular Statistics, Linear-Circular Regression, Linear Circular Correlation

PENDAHULUAN

Dalam berbagai bidang ilmu sains, tidak dipungkiri akan pentingnya pengukuran. Seorang peneliti yang melakukan pengukuran terkadang tidak hanya mengukur peubah yang memiliki atribut linier saja melainkan juga peubah yang memiliki atribut sirkular. Seorang vulkanolog yang bertugas mengawasi Gunung Api Merapi tidak hanya perlu mengukur jarak terjauh daerah rawan bencana dari pusat gunung api saja, melainkan arah daerah kawasan rawan bencana terhadap titik yang dipilihnya dari gunung api tersebut.

Menurut Jammalamadaka dan Sengupta (2001), representasi numerik arah tidak perlu unik karena bergantung pada penentuan arah acuan 0^0 dan arah rotasinya, yaitu searah jarum jam (*clockwise*) atau berlawanan dengan arah jarum jam (*counter-clockwise*). Nilai terkecil yang mungkin dari suatu

data sirkular adalah sama dengan nilai terbesar dari data sirkular yang hal ini tidak ditemukan pada data linier. Hasil suatu analisis regresi yang disebabkan oleh adanya perbedaan pemilihan arah acuan 0^0 dan arah rotasi, sementara representasi numerik dari arah dalam statistika sirkular tidak unik.

Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui pengaruh pemilihan arah 0^0 dan arahrotasi terhadap nilai korelasi dari analisis korelasi linier sirkular dan pemilihan arah 0^0 dan arah rotasi terhadap nilai koefisien determinasi, statistik lima serangkai dari nilai sisaan regresi, dugaan parameter dari analisis regresi linier sirkular, serta mengetahui pola hasil pendugaan parameter pada analisis regresi linier sirkular.

TINJAUAN PUSTAKA

Kawasan Rawan Bencana III Gunung Api Merapi

Gunung Api Merapi (2968m dpl) di Jawa Tengah adalah gunung api tipe Strato yang paling sering meletus di Indonesia. Kawasan rawan bencana III adalah daerah yang sering terlanda awan panas, aliran lava, guguran batu (pijar), gas racun dan lontaran batu (pijar) hingga radius 2 km BSN (1998)

Data Sirkular

Data linier adalah data yang hanya memiliki satu dimensi pengukuran. Ciri lain dari data linier adalah memiliki nilai minimum dan maksimum.

Data sirkular adalah data dengan pengukuran dua dimensi. Misalkan dari koordinat Cartesius (x, y) maka bisa diperoleh koordinat Polar (r, α) , di mana r merupakan jarak terhadap titik asal (O) dan α merupakan arctan (x/y) . Kumpulan dari α adalah data sirkular. Sebelum data sirkular diukur, perlu dilakukan penentuan arah 0° dan arah rotasinya, apakah searah jarum jam atau berlawanan arah jarum jam.

Dalam statistika sirkular, besarnya vektor arah (r) tidak diperhatikan, oleh karena itu vektor arah dibuat menjadi satuan unit jarak (misal $r = 1$). Sehingga dalam pengukuran skalar didapat satu unit lingkaran dengan titik $P(1, \alpha)$.

Ukuran pemusatan data sirkular

Ukuran pemusatan data sirkular sering disebut dengan istilah rata-rata arah atau dikenal juga dengan istilah "*preferred direction*". Rata-rata arah (α_0) adalah

$$\bar{\alpha}_0 = \tan^{-1} \left(\frac{S}{C} \right), \text{ jika } C > 0 \text{ dan } S \geq 0$$

$$\bar{\alpha}_0 = \frac{\pi}{2}, \text{ jika } C = 0 \text{ dan } S > 0$$

$$\bar{\alpha}_0 = \tan^{-1} \left(\frac{S}{C} \right) + \pi, \text{ jika } C < 0$$

$$\bar{\alpha}_0 = \tan^{-1} \left(\frac{S}{C} \right) + 2\pi, \text{ jika } C \geq 0 \text{ dan } S < 0$$

$$\bar{\alpha}_0 = \text{tak terdefinisi}, \text{ jika } C = 0 \text{ dan } S = 0$$

$$\text{dengan } C = \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i, S = \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i$$

Ukuran penyebaran data sirkular

Ukuran penyebaran data sirkular dilambangkan dengan D , dengan

$$D = 1 - \bar{R}, 0 \leq D \leq 1$$

dan

$$\bar{R} = \frac{\sqrt{C^2 + S^2}}{n}$$

serta n adalah banyaknya pengamatan. Nilai D semakin mendekati 1 menunjukkan penyebaran data semakin merata, dan sebaliknya semakin mendekati 0 menunjukkan penyebaran data semakin terpusat ke salah satu titik.

Korelasi

Korelasi adalah nilai yang menunjukkan kekuatan dan arah hubungan linier antara dua peubah acak. Nilai korelasi antara peubah x dan y didapat melalui rumus

$$\rho_{x,y} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{\sqrt{[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2][n \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2]}}$$

Nilai korelasi positif menunjukkan bahwa nilai dua peubah tersebut memiliki hubungan linier positif dan begitu juga sebaliknya. Semakin dekat nilai korelasi dengan -1 atau +1, semakin kuat korelasi antara kedua peubah tersebut, sebaliknya jika nilai korelasinya mendekati 0, maka semakin lemah korelasi antara dua peubah tersebut (Juanda 2009).

Korelasi linier sirkular

Dalam korelasi linier sirkular, salah satu peubah memiliki atribut linier misalkan x sedangkan peubah lainnya memiliki atribut sirkular misalkan α . Mardia (1976) dan Johnson dan Wehry (1977) dalam menghitung korelasi linier sirkular menyarankan untuk menggunakan korelasi berganda antara x terhadap nilai $\cos \alpha$ dan $\sin \alpha$, yaitu :

$$r^2 = \frac{r_{xc}^2 + r_{xs}^2 - 2r_{xc}r_{xs}r_{cs}}{1 - r_{cs}^2}$$

dengan

r_{xc} = nilai korelasi antara x dan $\cos \alpha$,

r_{xs} = nilai korelasi antara x dan $\sin \alpha$,

r_{cs} = nilai korelasi antara $\cos \alpha$ dan $\sin \alpha$.

Nilai korelasi linier sirkular memiliki nilai antara 0 dan 1, semakin mendekati 0 maka korelasi linier sirkular semakin lemah sementara semakin mendekati 1 maka korelasi linier sirkular semakin kuat, tidak dikenal adanya korelasi positif dan korelasi negatif di korelasi linier sirkular.

Regresi linier sirkular

Analisis regresi digunakan untuk menggambarkan hubungan antara dua atau lebih peubah, yang salah satu peubahnya merupakan peubah tak bebas dan lainnya merupakan peubah bebas.

Regresi linier sirkular adalah salah satu bentuk regresi sirkular dimana peubah responnya merupakan peubah dengan tipe data linier dan peubah penjelasnya adalah data dengan tipe data sirkular, sehingga terdapat pasangan data (α_i, y_i) .

Menurut Mardia dan Sutton (1978) dalam Mardia dan Jupp (2000), Model regresi linier sirkular adalah sebagai berikut :

$$y_i = A_0 + \beta_1 \cos \alpha + \beta_2 \sin \alpha + \varepsilon$$

dengan : A_0 = rata-rata umum.

Sedangkan, menurut Jammaladaka dan SenGupta (2001), model regresi dari regresi linier sirkular adalah

$$y_i = A_0 + A_1 \cos(\alpha - \alpha_0) + \varepsilon$$

dengan A_0 = rata-rata umum, A_1 = amplitudo, α_0 = *acrophase*.

Dua model regresi di atas adalah identik dimana, $A_1 = \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2}$ dan $\alpha_0 = \tan^{-1} \frac{\beta_2}{\beta_1}$.

METODOLOGI

Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data yang bersumber dari Peta Kawasan Rawan Gunung Api Merapi tahun 2010 yang dikeluarkan oleh Direktorat Vulkanologi dan Mitigasi Bencana Geologi. Peta berisi Kawasan Rawan Bencana I, II dan III. Untuk penelitian ini, hanya digunakan Kawasan Rawan Bencana III saja. Pengukuran secara manual sehingga diperoleh data yang terdiri dari 360 observasi dengan 2 peubah. Penjelasan dari peubah tersebut sebagai berikut :

peubah	keterangan
arah	Arah letusan dari Gunung Api Merapi sebagai peubah penjelas dengan tipe sirkular terdapat 16 kombinasi antara pemilihan arah acuan 0° (8 arah mata angin) dan arah rotasi (2 arah rotasi).
jarak	Jarak terluar Kawasan Rawan Bencana III yang diukur dari titik pusat yang dipilih, yaitu <i>Solfatara</i> (titik letusan) Gunung Api Merapi, sebagai peubah respon dengan tipe linier.

Metode

Prosedur – prosedur yang dilakukan untuk mencapai tujuan penelitian ini yaitu :

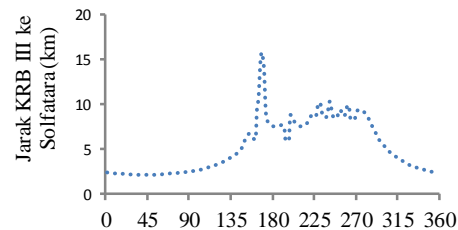
1. Melakukan pemilihan arah acuan 0° dari Peta Kawasan Rawan Bencana Gunung Api Merapi 2010 yaitu 8 arah utama mata angin, utara (A000), timur laut (A045), timur (A090), tenggara (A135), selatan (A180), barat daya (A225), barat (A270) dan barat laut (A315).
2. Menentukan arah rotasi apakah searah dengan jarum jam atau berlawanan dengan arah jarum.
3. Mengukur jarak terluar dari kawasan rawan bencana III dari titik pusat gunung Api Merapi pada Peta KRB Merapi 2010 dengan berpegang pada sudut pada langkah 3 sehingga diperoleh (α_i, x_i) .
4. Mentransformasi x_i ke jarak sebenarnya melalui informasi jarak pada peta.
5. Melakukan analisis korelasi linier sirkular antara x dan α untuk masing-masing pasangan x dan α .
6. Melakukan analisis regresi linier sirkular dengan x sebagai peubah respon dan α

sebagai peubah penjelas untuk masing-masing pasangan x dan α .

7. Melakukan langkah 2, 3, 4, 6 tapi dengan pemilihan arah acuan mulai dari A000 sampai dengan A359.
8. Melakukan analisis regresi linier sirkular terhadap 360 parameter b_1 dan b_2 yang didapat dari langkah 7.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Eksplorasi Data



Gambar 1 Diagram pencar antara arah dan jarak dengan arah acuan A000 dan arah rotasi searah jarum jam.

Gambar 1 adalah diagram pencar antara jarak terdekat antara KRB III dan *solfatara* terhadap arah dimana arah 0°-nya adalah arah utara (A000) dan searah jarum jam.

Secara keseluruhan, jarak terdekat KRB III dari titik pusat yang dipilih (*Solfatara*) adalah sejauh 2,115 km pada arah 45° dengan putaran searah jarum jam dari utara. Sedangkan jarak terjauh KRB III adalah sejauh 15,808 km pada arah 169° dengan putaran searah jarum jam dari utara (A000).

Jarak terdekat dan terjauh tetap sama, yaitu 2,115 km dan 15,808 km untuk semua kombinasi antara pemilihan arah acuan 0° dan arah rotasi. Namun, tentu saja untuk arah, dalam derajat, terjadinya jarak terjauh berbeda-beda sesuai dengan kombinasi yang dipilih. Misalkan untuk timur laut (A045) dengan arah rotasi ke kanan, maka karena arah 0° bergeser sejauh 45° maka untuk jarak terdekat antara KRB III dan *Solfatara* adalah di arah $(45-45)^\circ = 0^\circ$ sementara untuk jarak terjauh terjadi di $(169-45)^\circ = 124^\circ$.

Sedangkan untuk arah rotasi berlawanan arah jarum jam, jarak terdekat KRB III dari titik pusat yang dipilih (*Solfatara*) pada arah acuan 0° di arah utara terjadi pada sudut $(360-45)^\circ = 315^\circ$ dan jarak terjauh KRB III terjadi pada arah 191°.

Untuk lebih lengkapnya untuk pergeseran jarak terdekat dan jarak terjauh antara KRB III dan titik pusat yang dipilih (*Solfatara*) berdasarkan pemilihan arah 0° dan arah rotasi dapat dilihat pada Tabel 1.

Selisih sudut diantara jarak terdekat dan terjauh adalah 124° dan 236°. Namun menurut Jamalada dan SenGupta (2001), jarak antara dua sudut didefinisikan sebagai jarak terkecil diantara

keduanya, maka selisih sudut diantara jarak terdekat dan jarak terjauh adalah sejauh 124°.

Tabel 1 Sudut terjadinya jarak terdekat dan terjauh pada berbagai kombinasi pemilihan arah acuan 0° dan arah rotasi

Arah Rotasi	Posisi arah acuan 0°	Jarak KRB III-Solfatara	
		Jarak terdekat	Jarak Terjauh
Searah jarum jam	A000	45°	169°
	A045	0° = 360°	124°
	A090	315°	79°
	A135	270°	34°
	A180	225°	349°
	A225	180°	304°
	A270	135°	259°
	A315	90°	214°
Berlawanan arah jarum jam	A000	315°	191°
	A045	0° = 360°	236°
	A090	45°	281°
	A135	90°	326°
	A180	135°	11°
	A225	180°	56°
	A270	225°	101°
	A315	270°	146°

Analisis Korelasi Linier

Korelasi linier yang digunakan adalah korelasi pearson yang mencari hubungan antara dua peubah yang sama-sama linier, sehingga dalam kasus ini peubah arah dianggap memiliki tipe data linier.

Nilai korelasi linier antara pasangan yang searah jarum jam dan berlawanan arah jarum jam memiliki nilai yang berbeda hanya pada tanda namun selalu memiliki besaran korelasi yang sama. Korelasi terkuat terjadi terjadi pada korelasi antara jarak dengan arah dengan A315, yaitu sebesar 0,742 untuk pemilihan arah rotasi searah jarum jam dan sebesar -0,742 untuk pemilihan arah rotasi berlawanan dengan arah rotasi jarum jam. Sedangkan korelasi terlemah antara jarak dengan arah terjadi pada A045, yaitu sebesar -0,007 untuk pemilihan arah rotasi searah jarum jam dan sebesar 0,007 untuk pemilihan arah rotasi berlawanan arah rotasi jarum jam.

Hal ini menunjukkan bahwa perbedaan arah acuan 0° akan menyebabkan perbedaan nilai korelasi dalam analisis korelasi linier. Sedangkan perbedaan arah rotasi akan menyebabkan perbedaan arah korelasi apakah korelasi antara dua peubah positif atau negatif dalam korelasi linier.

Tabel 2 Korelasi linier antara arah dan jarak pada berbagai kombinasi arah rotasi dan pemilihan arah acuan 0°

Arah acuan 0°	Searah jarum jam	Berlawanan arah jarum jam
A000	0,425	-0,425
A045	-0,007	0,007
A090	-0,434	0,434
A135	-0,742	0,742
A180	-0,410	0,410
A225	-0,053	0,053
A270	0,502	-0,502
A315	0,743	-0,743

Analisis Korelasi Linier Sirkular

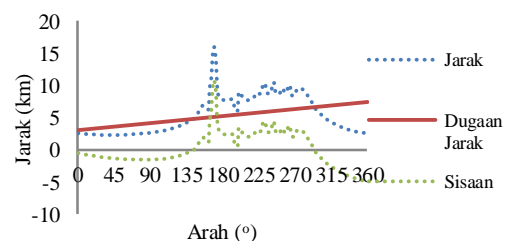
Rumus korelasi yang digunakan dalam penelitian ini sesuai dengan Mardia (1976) yang menggunakan rumus korelasi berganda yang menghitung korelasi antara jarak terhadap nilai cos dari arah dan nilai sin dari arah.

Hasil dari analisis korelasi menunjukkan bahwa nilai korelasi linier sirkular sama untuk semua kombinasi baik untuk yang searah jarum jam maupun berlawanan arah jarum untuk semua kemungkinan arah acuan 0° yaitu sebesar 0,899. Hal ini menunjukkan bahwa arah acuan 0° dan arah rotasi tidak mempengaruhi nilai korelasi antara arah dan jarak dalam analisis korelasi linier sirkular.

Keunikan lain dari nilai korelasi linier sirkular adalah nilai korelasi tetap sama walaupun arah rotasi dibalik, yang hal ini berbeda dengan hasil korelasi linier yang ketika dibalik terjadi perubahan tanda. Hal ini disebabkan karena korelasi linier sirkular tidak mengenal adanya nilai korelasi yang negatif.

Analisis Regresi linier

Analisis Regresi Linier Sederhana dilakukan untuk melihat pengaruh pemilihan arah acuan 0° dan arah rotasi terhadap hasil dari regresi linier.



Gambar 2 Plot jarak, nilai dugaan dan sisaan pada regresi linier dengan arah acuan A000 dan arah rotasi searah jarum jam.

Dalam analisis regresi linier untuk data sirkular, tampak bahwa sebaran sisaan sama dengan sebaran nilai jarak, namun juga dapat dilihat bahwa nilai sisaan cenderung besar.

Nilai dugaan parameter b_1 cenderung sangat kecil untuk semua kombinasi antara arah 0° dan arah rotasi yang ada, hal ini menunjukkan bahwa perubahan arah cenderung tidak berpengaruh banyak pada hasil dugaan nilai jarak.

Pada Tabel 4, tampak bahwa parameter regresi yang terbentuk sama sekali tidak dipengaruhi oleh pemilihan arah rotasi namun dipengaruhi oleh pemilihan arah 0°. Hal ini dapat juga dilihat pada Tabel 3, dari nilai b_0 dan b_1 pada titik arah mata angin sama dengan pasangannya yang berbeda arah rotasinya.

Tabel 3 Hasil Pendugaan Parameter Regresi pada berbagai kombinasi arah rotasi dan pemilihan arah acuan 0°

Arah Rotasi	Arah 0°	Penduga Parameter	
		b_0	b_1
Searah jarum jam	A000	3,032	0,012
	A045	5,269	-0,000
	A090	7,475	-0,012
	A135	9,070	-0,021
	A180	7,354	-0,012
	A225	5,505	-0,002
	A270	2,633	0,014
	A315	1,390	0,021
Berlawanan arah jarum jam	A000	3,032	0,012
	A045	5,269	-0,000
	A090	7,475	-0,012
	A135	9,070	-0,021
	A180	7,354	-0,012
	A225	5,505	-0,002
	A270	2,633	0,014
	A315	1,390	0,021

Nilai koefisien determinasi terbesar terjadi pada A315 yaitu sebesar 0,552 baik untuk yang arah rotasinya searah jarum jam maupun yang berlawanan arah jarum jam, sedangkan nilai koefisien determinasi terkecil terjadi pada A045 yaitu sebesar 0,000 baik untuk yang arah rotasinya searah jarum jam maupun yang berlawanan dengan arah jarum jam.

Pemilihan arah rotasi tidak berpengaruh pada nilai koefisien determinasi. Hal ini dapat dilihat dari nilai koefisien determinasi yang sama pada titik arah mata angin yang sama dengan pasangannya yang berbeda arah rotasinya.

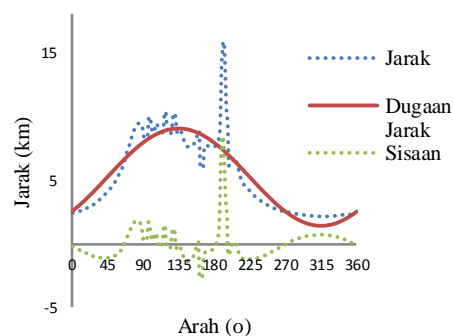
Tabel 4 Nilai koefisien determinasi pada berbagai kombinasi arah rotasi dan pemilihan arah acuan 0° pada analisis regresi linier

Arah Rotasi	Arah 0°	Koefisien Determinasi
Searah jarum jam	A000	0,181
	A045	0,000
	A090	0,188
	A135	0,551
	A180	0,168
	A225	0,003
	A270	0,253
	A315	0,552
Berlawanan arah jarum jam	A000	0,181
	A045	0,000
	A090	0,188
	A135	0,551
	A180	0,168
	A225	0,003
	A270	0,253
	A315	0,552

Untuk statistik lima serangkai dari sisaan untuk masing-masing model yang terdiri dari nilai minimum, quartil 1, median, quartil 3 dan nilai maksimum (Lampiran 1), karena dugaan parameter regresinya sama untuk titik arah mata angin yang sama dengan pasangannya yang berbeda arah rotasinya maka statistik lima serangkai dari titik arah mata angin akan selalu sama dengan pasangannya yang berbeda arah rotasinya.

Analisis Regresi Linier Sirkular

Analisis Regresi Linier Sirkular dengan jarak sebagai peubah respon dan arah sebagai peubah penjelas.



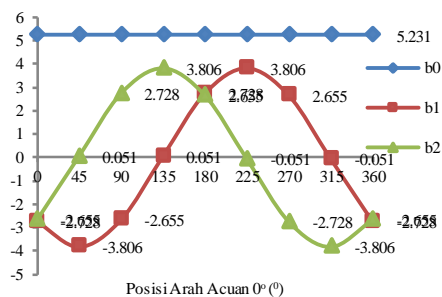
Gambar 3 Plot jarak, nilai dugaan dan sisaan pada regresi linier sirkular dengan arah acuan A000 dan arah rotasi searah jarum jam.

Berbeda halnya dengan regresi linier, nilai dugaan dari regresi linier sirkular tidak berupa garis lurus, hal ini juga menyebabkan sebaran sisaan tidak sama dengan sebaran dari nilai amatan (jarak) seperti tampak pada Gambar 3.

Arah ditransformasi ke linier melalui fungsi cosinus dan sinus kemudian dilakukan analisis regresi berganda dengan jarak sebagai peubah respon, dan sebagai peubah penjelas digunakan cosinus (*arah*) dan sinus (*arah*). Sehingga didapat persamaan regresi sebagai berikut

$$\text{jarak} = b_0 + b_1 \cos(\text{arah}) + b_2 \sin(\text{arah})$$

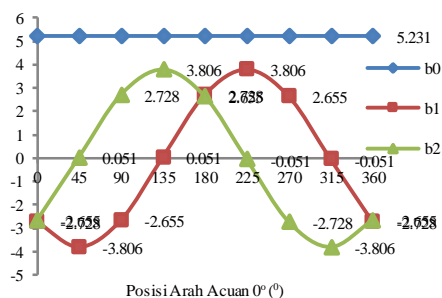
Hasil yang dilihat dari analisis regresi linier sirkular ini adalah koefisien determinasi, statistik lima serangkai dari sisaan, dan dugaan parameter.



Gambar 4 Plot dugaan parameter berdasarkan arah acuan 0° pada arah rotasi searah jarum jam.

Tampak pada Gambar 4 bahwa dugaan parameter untuk β_1 cenderung turun dari A000 kemudian naik ketika pada A45 sampai A225, kemudian terus turun. Sementara itu dugaan untuk parameter β_2 memiliki titik terendah ketika pada arah A045 kemudian terus naik dan mencapai titik puncak pada arah A225 kemudian terus turun sampai kembali ke titik terendah pada arah A045.

Sementara itu dugaan parameter untuk β_0 memiliki nilai yang konstan yaitu sebesar 5,231 tidak bergantung pada dimana arah 0° terletak atau tidak dipengaruhi oleh pemilihan arah acuan 0°.



Gambar 5 Plot dugaan parameter berdasarkan arah acuan 0° pada arah rotasi berlawanan arah jarum jam.

Tampak pada Gambar 5, bahwa pendugaan parameter sama sekali tidak dipengaruhi oleh arah rotasi. Sehingga secara keseluruhan didapatkan bahwa hasil pendugaan parameter tidak dipengaruhi oleh arah rotasi melainkan pemilihan arah 0°.

Nilai koefisien determinasi dari semua persamaan regresi yang dilakukan analisis menunjukkan nilai yang sama, yaitu 0.808, sesuai dengan hasil korelasi berganda yang sama.

Sementara itu, untuk statistik lima serangkai dari sisaan seluruh model yang dilakukan analisis, memiliki nilai yang sama walaupun arah acuan dan arah rotasinya berbeda. Hal itu berlaku baik untuk nilai minimum, kuartil 1, median, kuartil 3 maupun nilai maksimum antar model yang diuji.

Tabel 5 Hasil pemodelan terhadap parameter regresi linier sirkular.

	statistik	Model 1	Model 2
Sisaan	minimum	-5,308E-05	-5,332E-06
	kuartil 1	-1,805E-06	-2,518E-06
	median	1,68E-07	-2,22E-07
	kuartil 3	2,07E-06	1,929E-06
	maksimum	5,862E-06	9,831E-05
Dugaan Parameter	a_0	-1,34E-07	3,06E-07
	a_1	-2,728	-2,655
	a_2	-2,655	2,728
Koefisien Determinasi		1	1

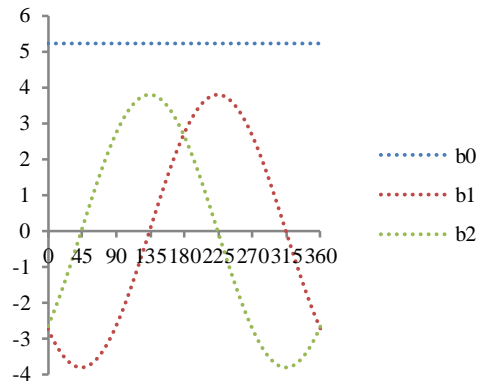
Model 1: $b_1 = a_0 + a_1 \cos(\text{acuan}) + a_2 \sin(\text{acuan})$

Model 2: $b_2 = a_0 + a_1 \cos(\text{acuan}) + a_2 \sin(\text{acuan})$

Perubahan Nilai Dugaan Parameter Regresi Linier Sirkular Menurut Pemilihan Arah Acuan 0°

Dari pembahasan sebelumnya diketahui bahwa nilai dugaan parameter regresi linier sirkular tidak dipengaruhi oleh arah rotasi. sehingga dalam melihat perubahan nilai dugaan parameter regresi linier sirkular hanya didasarkan pada perubahan pemilihan arah acuan 0° dari A000 sampai A359 (360 persamaan regresi).

Dari Gambar 5 dan Tabel 5, tampak bahwa analisis regresi linier sirkular antara dugaan parameter dan arah acuan membentuk suatu persamaan dengan koefisien determinasi sama dengan 1 dan nilai sisaan yang mendekati nol. Dapat pula terlihat bahwa plot di atas membentuk suatu kurva sinus yang sempurna.



Gambar 6 Plot perubahan nilai dugaan parameter regresi linier sirkular menurut pemilihan titik acuan 0°.

Hal ini dapat dijelaskan melalui sifat trigonometri, ketika dipilih acuan berupa sudut α , maka model regresi linier sirkular adalah

$$\text{jarak} = b_0 + b_1 \cos(\alpha) + b_2 \sin(\alpha) + \varepsilon$$

ketika arah acuan α ini digeser sejauh β ke kanan pada regresi linier sirkular dengan arah rotasi searah jarum jam, maka persamaan tersebut berubah menjadi

$$\text{jarak} = b_0 + b_1 \cos(\alpha + \beta) + b_2 \sin(\alpha + \beta) + \varepsilon$$

dengan rumus penjumlahan dua sudut trigonometri maka didapat model regresi linier sirkular sebagai berikut

$$\text{jarak} = b_0 + [b_1 \cos(\beta) + b_2 \sin(\beta)] \cos(\alpha) + [b_2 \cos(\beta) - b_1 \sin(\beta)] \sin(\alpha) + \varepsilon$$

dapat terlihat dengan jelas bahwa perubahan arah acuan sejauh β hanya akan merubah konstanta parameternya saja. Namun perlu diingat, dugaan parameter masih mengandung komponen trigonometri, yang mana hal ini menyebabkan plot dari dugaan parameter model membentuk kurva sinus sempurna.

Berdasarkan persamaan yang ditunjukkan oleh Jammaladaka dan SenGupta (2001) maka persamaan regresi di atas bisa dirubah dalam bentuk lain yaitu menjadi $y_i = A_0 + A_1 \cos(\alpha - \alpha_0)$, secara umum persamaan regresi dari kawasan rawan bencana III Gunung Api Merapi 2010 memiliki persamaan sebagai berikut $y_i = 5,231 + 3,807 \cos(\alpha - \alpha_0)$, dan perbedaan hanya pada *acrophase*nya saja yang terus bergeser seiring pergeseran titik acuan 0° yang dipilih.

Sehingga pada akhirnya memudahkan interpretasi persamaan regresi linier sirkular untuk kawasan rawan bencana III Gunung Api Merapi 2010, yaitu semakin besar nilai \cos dari sudut *minus acrophase* maka akan semakin jauh jarak antara solfatara gunung api merapi dengan jarak terluas kawasan rawan bencana III Gunung Api Merapi 2010 begitu pula sebaliknya.

Nilai koefisien determinasi yang sama, yaitu sebesar 80,8%, dari seluruh persamaan regresi linier sirkular juga memudahkan interpretasi dari persamaan regresi linier sirkular ini, yaitu 80,8% keragaman dari jarak kawasan rawan bencana III dapat dijelaskan oleh nilai dari $\cos \alpha$ dan $\sin \alpha$, sisanya dijelaskan faktor lain diluar model.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Dalam analisis korelasi linier, perbedaan arah acuan 0° menyebabkan perbedaan nilai korelasi, sementara perbedaan arah rotasi akan menyebabkan perbedaan arah korelasi dari dua peubah apakah positif atau negatif. Sementara dalam analisis korelasi linier sirkular, perbedaan arah acuan 0° dan arah rotasi sama sekali tidak mempengaruhi nilai korelasi linier sirkular.

Dalam analisis regresi linier, perbedaan arah acuan 0° akan menyebabkan perbedaan persamaan regresi yang dibentuk, baik dari sisi dugaan parameter, sisaan, maupun koefisien determinasi. Sedangkan perbedaan arah rotasi tidak berpengaruh terhadap persamaan regresi. Sementara itu dalam analisis regresi linear sirkular, perbedaan arah acuan 0° hanya menimbulkan perbedaan dugaan parameter persamaan regresi linier sirkular, sedangkan koefisien determinasi dan statistik lima serangkai dari sisaan adalah sama. Sedangkan perbedaan arah rotasi tidak berpengaruh terhadap persamaan regresi linier sirkular yang dibentuk.

Perbedaan dugaan parameter dalam analisis regresi linier sirkular yang disebabkan perbedaan arah acuan 0° dengan pola teratur. Hal ini menunjukkan bahwa sebenarnya persamaan regresi linier sirkular itu sama anatar satu dengan yang lainnya.

Sehingga pada akhirnya dapat disimpulkan pemilihan arah 0° dan arah rotasi pada korelasi linier sirkular dan regresi linier sirkular dapat dilakukan secara subyektif karena berbeda halnya dengan analisis linier, analisis data sirkular menghasilkan hasil yang selalu sama yang tidak bergantung pada arah acuan 0° dan arah rotasi.

Saran

Analisis regresi yang dilakukan dalam penelitian ini hanyalah analisis regresi linier sirkular, untuk selanjutnya diharapkan dapat diteruskan untuk analisis regresi linier sirkular, kemudian dengan analisis regresi sirkular sirkular, dan analisis statistika sirkular lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [BSN] Badan Standardisasi Nasional. 1998. *Penyusunan Peta Kawasan Rawan Bencana Gunung Api*. SNI-13-4689-1998. ICS 07.060

- Batscheled E. 1981. *Circular Statistics in Biology*. Academic Press
- Chernov N. 2011. *Circular and Linier Regression Fitting Circles and Lines by Least Squares*. Boca Raton : CRC Press.
- Jammalamadaka SR, Sarma YR. 1988. *A Correlation Coefficient for Angular Variables*. In Matusita, K. editor, *Statistical Theory and Data Analysis II*, pages 349—364. North Holland, Amsterdam.
- Jammalamadaka SR, SenGupta A. 2001. *Topics in Circular Statistics*. Singapura : World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd
- Juanda B. 2009. *Permodelan dan Pendugaan*. Bogor : IPB Press.
- Johnson RA, Wehrly TE. 1977. *Measures and models for angular correlation and angular-linier correlation*. Jurnal of Royal Statistics Society, 39, 222-229.
- Mardia KV. 1976. *Linier-Circular Correlation Coefficients and rythmometry*. Biometrika, 63, 403-405.
- Mardia KV, Jupp PE. 2000. *Directional Statistics*. West Susset : John Wiley & Sons Ltd